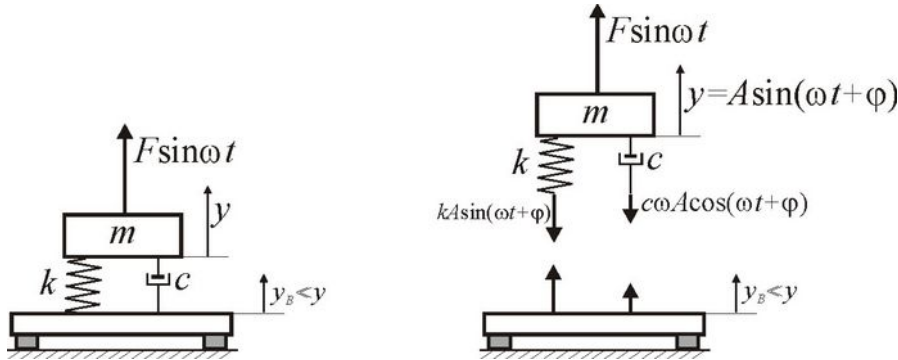


Ćwiczenie 6 Izolacja fundamentu od drgań maszyny

Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia jest zmniejszenie amplitudy drgań fundamentu, wywołanych drganiami zamocowanego na tym fundamencie układu drgającego o jednym stopniu swobody.



Rysunek 1.

Na rysunku 1 przedstawiono model fizyczny układu rzeczywistego, będącego przedmiotem ćwiczenia. Na wzбудnik o masie m działa harmoniczna siła wymuszająca jego drgania w kierunku y . Punkt wzбудnik połączony jest z fundamentem za pomocą izolatora drgań, którego model fizyczny stanowią liniowa sprężyna o współczynniku sztywności k oraz liniowy tłumik o współczynniku tłumienia c .

Wskutek drgań wzбудnika w sprężynie i tłumiku powstają siły, które przenoszone są na fundament, powodując jego ruch w kierunku y_B .

Widoczny układ ma dwa stopnie swobody; potraktujemy go jednak jako dwa układy, każdy o jednym stopniu swobody, a to dla uproszczenia rozumowania (i wzorów).

Jeżeli założyć, że amplituda drgań fundamentu jest mała w porównaniu do amplitudy drgań wzбудnika, to model matematyczny opisujący ruch wzбудnika można zapisać następująco:

$$m\ddot{y} + c\dot{y} + ky = F \sin \omega t \quad (1)$$

Rozwiązanie szczególne tego równania przewiduje się w postaci

$$y = A_s \sin \omega t + A_c \cos \omega t \quad (2)$$

Po podstawieniu (2) do (1), i dokonaniu prostych przekształceń, otrzymuje się

$$A_s = \frac{F(k - \omega^2 m)}{(k - \omega^2 m)^2 + \omega^2 c^2}, \quad A_c = \frac{-F\omega c}{(k - \omega^2 m)^2 + \omega^2 c^2} \quad (3)$$

Zapisując rozwiązanie szczególne (2) w postaci

$$y = A \sin(\omega t + \beta) \quad (4)$$

można stwierdzić, że amplituda drgań wzбудnika wyraża się wzorem

$$A = \sqrt{A_s^2 + A_c^2} = \frac{F}{\sqrt{(k - \omega^2 m)^2 + \omega^2 c^2}} \quad (5)$$

Siła przenoszona przez sprężynę k na fundament, określona jest wzorem

$$R_k \sin(\omega t + \beta) = ky = kA \sin(\omega t + \beta) \quad (6)$$

Siła przenoszona przez tłumik c na fundament, określona jest wzorem

$$R_c \cos(\omega t + \beta) = c\dot{y} = \omega c A \cos(\omega t + \beta) \quad (7)$$

Z powyższych wzorów wynika, że całkowita siła przenoszona na fundament przez sprężynę i przez tłumik, wyraża się wzorem:

$$R \sin(\omega t + \gamma) = \sqrt{R_k^2 + R_c^2} \sin(\omega t + \gamma) = \sqrt{k^2 A^2 + \omega^2 c^2 A^2} \sin(\omega t + \gamma) = \\ = F \sqrt{\frac{k^2 + \omega^2 c^2}{(k - \omega^2 m)^2 + \omega^2 c^2}} \sin(\omega t + \gamma) \quad (8)$$

Jakość izolacji fundamentu od drgań wzbudnika ocenia się określając tzw. współczynnik przeniesienia, czyli stosunek amplitudy siły wymuszającej drgania fundamentu R do amplitudy siły generowanej przez wzbudnik F . Jak wynika ze wzoru (8) jest on równy

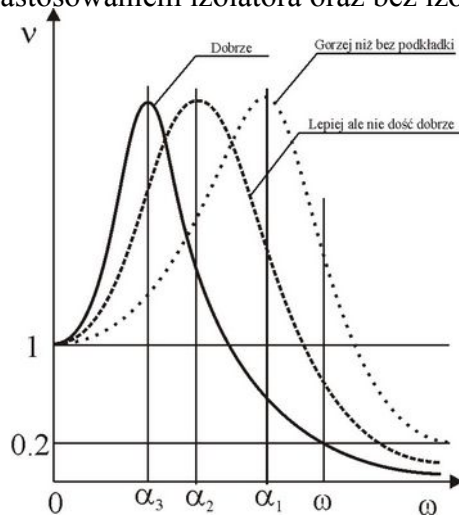
$$v = \frac{R}{F} = \sqrt{\frac{k^2 + \omega^2 c^2}{(k - \omega^2 m)^2 + \omega^2 c^2}} \quad (9)$$

Rysunek 3 przedstawia przebieg wartości współczynnika przeniesienia v w funkcji częstości kołowej siły wymuszającej ω dla trzech różnych wartości częstości kołowej drgań swobodnych wzbudnika α , określonej przybliżonym (z uwagi na istnienie tłumienia) wzorem

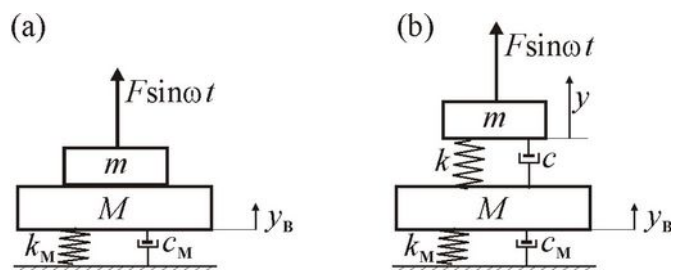
$$\alpha = \sqrt{\frac{k}{m}}. \quad (10)$$

Analiza rysunku 3 wskazuje, że zmniejszenie wartości współczynnika przeniesienia do akceptowalnie niskiej wartości $v=0.2$, wymaga zmniejszenia częstości kołowej α do odpowiednio niskiej wartości α_3 . A to z kolei wymaga zastosowania do podparcia wzbudnika sprężyny o dostatecznie niskiej wartości współczynnika sztywności k .

Wyznaczenie współczynnika przeniesienia na podstawie wzoru (9) nie jest możliwe, gdy nie są znane parametry k , m , c . Można go określić doświadczalnie, na podstawie pomiarów amplitud przemieszczenia lub przyspieszenia fundamentu, przeprowadzonych z zastosowaniem izolatora oraz bez izolatora.



Rysunek 1



Rysunek 2

Pomiar I

Załóżmy, że masa wzбудnika jest wielokrotnie mniejsza niż masa fundamentu. Oznacza to, że po przymocowaniu wzbudnika do fundamentu bez izolatora drgań (jak na rysunku 2a), siła $F \sin \omega t$ generowana przez wzbudnik będzie działała bezpośrednio na fundament. Model matematyczny opisujący ruch fundamentu można zapisać następująco:

$$M\ddot{y}_B + c_B \dot{y}_B + k_B y_B = F \sin \omega t \quad (11)$$

W sposób pokazany wyżej, można stwierdzić, że amplituda drgań fundamentu wyraża się wzorem:

$$A_F = \frac{F}{\sqrt{(k_B - \omega^2 M)^2 + \omega^2 c_B^2}} \quad (12)$$

Pomiar II

W celu zmniejszenia amplitudy siły działającej na fundament, pomiędzy wzbudnik a fundament wprowadza się izolator, jak na rysunku 2b. W konsekwencji, fundament na elastycznych podporach można potraktować jako układ o jednym stopniu swobody, na który działa siła $R \sin(\omega t + \gamma)$ określona równaniem (8). Model matematyczny opisujący ruch fundamentu można zapisać następująco:

$$M\ddot{y}_B + c_B \dot{y}_B + k_B y_B = R \sin(\omega t + \gamma) \quad (13)$$

Amplituda drgań fundamentu wyraża się teraz wzorem:

$$A_R = \frac{R}{\sqrt{(k_B - \omega^2 M)^2 + \omega^2 c_B^2}} \quad (14)$$

Łatwo zauważyć, że współczynnik przeniesienia

$$\nu = \frac{R}{F} = \frac{A_R \sqrt{(k_B - \omega^2 M)^2 + \omega^2 c_B^2}}{A_F \sqrt{(k_B - \omega^2 M)^2 + \omega^2 c_B^2}} = \frac{A_R}{A_F} = \frac{\omega^2 A_R}{\omega^2 A_F} \quad (15)$$

Jest on zatem równy stosunkowi amplitud drgań, a także stosunkowi amplitud przyspieszeń.

Przebieg ćwiczenia:

1. Przymocować żółty wzbudnik (z głośnikiem wewnątrz) do fundamentu bez podkładki amortyzującej. W tym układzie współczynnik przeniesienia $\nu=1$. Zmierzyć amplitudę drgań fundamentu, równą amplitudzie drgań wzbudnika A_F .
2. Ustawić wzbudnik na fundamencie, stosując podkładkę amortyzującą z korka. Zmierzyć amplitudę drgań fundamentu A_{R1} . Zmieniając częstość kołową wymuszenia, ustalić wartość częstości kołowej rezonansowej α_1 .
3. Ustawić wzbudnik na fundamencie, stosując podkładkę amortyzującą z gumy. Zmierzyć amplitudę drgań fundamentu A_{R2} . Zmieniając częstość kołową wymuszenia, ustalić wartość częstości kołowej rezonansowej α_2 .
4. Przymocować wzbudnik do fundamentu A_{R3} , stosując cztery amortyzatory. Zmierzyć amplitudę drgań fundamentu. Zmieniając częstość kołową wymuszenia, ustalić wartość częstości kołowej rezonansowej α_3 .
5. Obliczyć wartości współczynnika przeniesienia przy trzech rodzajach amortyzacji.

Imię i Nazwisko:.....

Grupa:..... Ocena:.....

.....

.....

.....

.....

Sprawozdanie z ćwiczenia 6 Izolacja fundamentu od drgań maszyny

Wyniki pomiarów:

Rodzaj amortyzacji	Amplituda drgań fundamentu	Częstość rezonansowa α	Współczynnik przeniesienia ν
Bez amortyzacji	$A_F =$	Teoretycznie, nieskończenie duża.	$\nu = \frac{A_F}{A_F} = 1$
Podkładka korkowa	$A_{R1} =$	$\alpha_1 =$	$\nu = \frac{A_{R1}}{A_F} =$
Podkładka gumowa	$A_{R2} =$	$\alpha_2 =$	$\nu = \frac{A_{R2}}{A_F} =$
Amortyzatory	$A_{R3} =$	$\alpha_3 =$	$\nu = \frac{A_{R3}}{A_F} =$