

Ćwiczenie 1

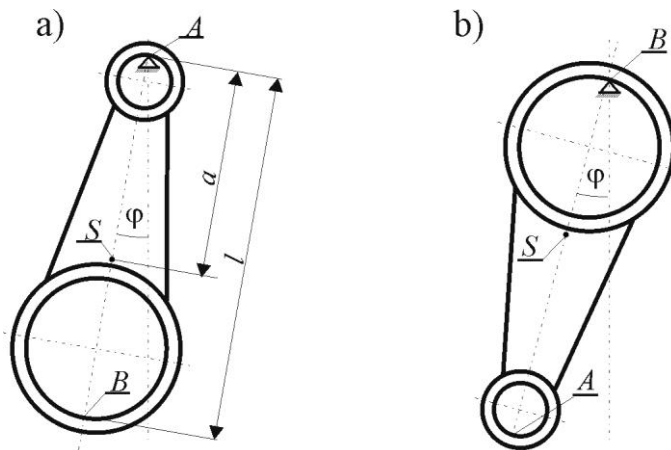
Doświadczalne wyznaczanie momentów bezwładności metodą wahadła.

Cel ćwiczenia

Celem pierwszej części ćwiczenia jest określenie położenia środka masy korbowodu oraz momentu bezwładności tego korbowodu względem osi przechodzącej przez środek masy i równoległej do osi łożysk. Celem drugiej części ćwiczenia jest określenie momentu bezwładności wału korbowego względem osi obrotu oraz określenie wartości modułu sprężystości postaciowej materiału, z którego wykonano belkę skrętną.

Część pierwsza

Określenie położenia środka masy oraz momentu bezwładności korbowodu



Rysunek 1.

Korbowód zawieszony w sposób pokazany na rysunku 1a jest wahadłem fizycznym o równaniu ruchu:

$$B_A \ddot{\varphi} + mga\varphi = 0 \quad (1)$$

gdzie:

B_A – moment bezwładności względem osi obrotu,

m – masa,

g – przyspieszenie ziemskie równe 9.81 m/s^2 ,

a – odległość pomiędzy osią przechodzącą przez środek masy leżący w punkcie S a osią obrotu,

φ – kąt obrotu.

Okres drgań swobodnych tego wahadła wynosi:

$$T_A = 2\pi \sqrt{\frac{B_A}{mga}}. \quad (2)$$

Korbowód zawieszony w sposób pokazany na rysunku 1b jest wahadłem fizycznym o równaniu ruchu:

$$B_B \ddot{\varphi} + mg(l-a)\varphi = 0 \quad (3)$$

gdzie:

B_B – moment bezwładności względem osi obrotu,

l – odległość pomiędzy osiami obrotu.

Okres drgań swobodnych tego wahadła wynosi:

$$T_B = 2\pi \sqrt{\frac{B_B}{mg(l-a)}}. \quad (4)$$

W myśl twierdzenia Steinera o momentach bezwładności

$$\begin{aligned} B_A &= B_S + ma^2 \\ B_B &= B_S + m(l-a)^2 \end{aligned} \quad (5)$$

gdzie:

B_S – moment bezwładności względem osi przechodzącej przez środek masy.

Podstawiając równania (5) do równań (2) i (4), otrzymuje się układ dwóch równań o dwóch niewiadomych a i B_S :

$$\begin{aligned} T_A &= 2\pi \sqrt{\frac{B_S + ma^2}{mga}} \\ T_B &= 2\pi \sqrt{\frac{B_S + m(l-a)^2}{mg(l-a)}}. \end{aligned} \quad (6)$$

Z równań tych łatwo uzyskać wzory na poszukiwane wielkości a i B_S :

$$\begin{aligned} a &= \frac{glT_B^2 - 4\pi^2 l^2}{g(T_A^2 + T_B^2) - 8\pi^2 l} \\ B_S &= \frac{mgaT_A^2}{4\pi^2} - ma^2. \end{aligned} \quad (7)$$

Przebieg ćwiczenia:

Proszę zapoznać się z filmem, prezentującym sposób wykonania ćwiczenia. Film umożliwi samodzielne zmierzenie okresów ruchu korbowodu T_A i T_B .

Określić trzy razy czas trwania 50 wahań korbowodu zawieszono tak, jak na rysunku 1a.

Na podstawie wyników pomiarów obliczyć okres drgań T_A .

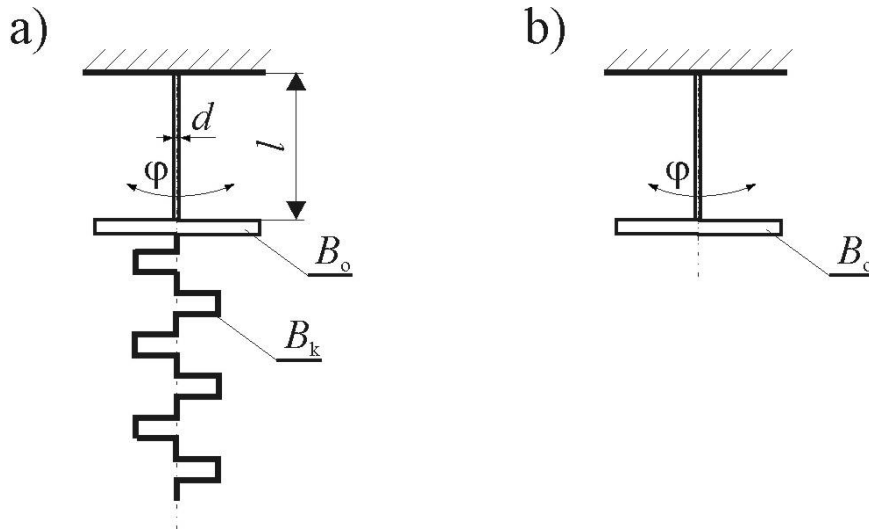
Określić trzy razy czas trwania 50 wahań korbowodu zawieszono tak, jak na rysunku 1b.

Na podstawie wyników pomiarów obliczyć okres drgań T_B .

Obliczyć a i B_S ze wzorów (7), korzystając z określonych wartości T_A i T_B oraz zmierzonych wcześniej wartości: $l = 0.27$ m, $m = 1.85$ kg.

Część druga

Określenie momentu bezwładności wału korbowego względem osi obrotu oraz określenie wartości modułu sprężystości postaciowej materiału, z którego wykonano belkę skrętną.



Rysunek 2.

Wał korbowy o momencie bezwładności B_k zawieszony wraz z kołem zamachowym o momencie bezwładności B_o na belce skrętnej o długości l i średnicy d (rysunek 2a) stanowi wahadło rewersyjne o równaniu ruchu:

$$(B_k + B_o)\ddot{\varphi} + k_s\varphi = 0 \quad (8)$$

gdzie:

k_s – współczynnik sztywności belki skrętnej,
 φ – kąt obrotu.

Okres drgań swobodnych tego wahadła wynosi:

$$T_C = 2\pi\sqrt{\frac{B_k + B_o}{k_s}}. \quad (9)$$

Samo koło zamachowe o momencie bezwładności B_o zawieszone na tejże belce skrętnej (rysunek 2b) stanowi wahadło rewersyjne o równaniu ruchu:

$$B_o\ddot{\varphi} + k_s\varphi = 0 \quad (10)$$

Okres drgań swobodnych tego wahadła wynosi:

$$T_o = 2\pi\sqrt{\frac{B_o}{k_s}}. \quad (11)$$

Znany jest wzór na współczynnik sztywności belki skrętnej:

$$k_o = \frac{GI_o}{l}; I_o = \frac{\pi d^4}{32} \text{ zatem } k_o = \frac{G\pi d^4}{32l}. \quad (12)$$

Z równań (10), (11) i (12) łatwo uzyskać wzory na poszukiwany moment bezwładności B_k oraz na moduł sprężystości postaciowej materiału belki skrętej G :

$$G = \frac{4\pi^2 B_o l}{T_o^2 I_o} = \frac{128\pi B_o l}{T_o^2 d^4} \quad (13)$$

$$B_k = B_o \left(\frac{T_C^2}{T_o^2} - 1 \right).$$

Przebieg ćwiczenia:

Proszę zapoznać się z filmem, prezentującym sposób wykonania ćwiczenia. Film umożliwia samodzielne zmierzenie okresów ruchu wału korbowego przykręconego do koła zamachowego T_C oraz okresu ruchu samego koła zamachowego T_o .

Określić trzy razy czas trwania 20 okresów ruchu wału korbowego przykręconego do koła zamachowego T_C (rys. 2a). Na podstawie wyników pomiarów obliczyć okres drgań T_C .

Określić trzy razy czas trwania 20 okresów ruchu samego koła zamachowego T_o (rys. 2b). Na podstawie wyników pomiarów obliczyć okres drgań T_o .

Obliczyć G i B_o ze wzorów (13), korzystając z określonych wartości T_C i T_o , zmierzonych wcześniej wartości: $l = 0.59$ m, $d = 0.005$ m oraz obliczonej wcześniej wartości momentu bezwładności koła zamachowego $B_o = 0.0707$ kgm².