

Ćwiczenie 6

IZOLACJA DRGAŃ MASZYNY

1. Cel ćwiczenia

Przeprowadzenie izolacji drgań przekładni zębatej oraz doświadczalne wyznaczenie współczynnika przenoszenia drgań urządzenia na fundament.

2. Wprowadzenie teoretyczne

Jednym z najczęściej spotykanych źródeł drgań są ruchy obrotowe niewyważonych części maszyn. Jeśli maszyny te są sztywno osadzone na fundamentach, drgania przenoszą się na otoczenie. Może to być przyczyną wielu niekorzystnych zjawisk takich jak hałas, szkodliwe oddziaływanie drgań na organizm ludzki czy nadmierne obciążenia dynamiczne przyrządów znajdujących się w pobliżu drgającej maszyny. Jednym ze sposobów minimalizacji tych niekorzystnych zjawisk jest przeprowadzenie izolacji drgań, polegającej na umieszczeniu pomiędzy drgającą maszyną a jej fundamentem odpowiednich elementów sprężysto-tłumiących. Jest to t.zw. **wibroizolacja czynna** zwana także siłową, której celem jest zapobieżenie przenoszenia się sił dynamicznych do podłoża. W przypadku konieczności odizolowania urządzenia od drgającego podłoża stosuje się **wibroizolację bierną**, zwaną też przemieszczeniową.

2.1. Dopuszczalne drgania przy oddziaływaniu na organizm ludzki

Jednym z istotnych powodów izolacji drgań przekazywanych na podłoże, jest zapewnienie odpowiednich warunków pracy dla ludzi znajdujących się w pobliżu pracujących maszyn. Zasady wykonywania pomiarów drgań mechanicznych na stanowiskach pracy przy ocenie wpływu drgań na organizm człowieka, oraz dopuszczalne wartości parametrów tych drgań, są ściśle określone w normach. Określa się w nich przyspieszenia drgań ogólnych (oddziałujących na cały organizm), oraz miejscowych (oddziałujących na kończyny górne), stanowiących granice uciążliwego oddziaływania, oraz dopuszczalny czas pracy, dopuszczalny przy przekroczeniu tych granic.

W Tablicy 6.1 podane są na podstawie normy PN-91/N-01354 – „Dopuszczalne wartości przyspieszenia drgań o ogólnym oddziaływaniu na organizm człowieka i metody oceny narażenia”, dopuszczalne wartości

skuteczne przyspieszenia drgań określających granicę uciążliwego oddziaływania na organizm człowieka w czasie 480 minut na zmianę, przy ocenie narażenia metodą widmową. W metodzie widmowej dokonuje się na kontrolowanym stanowisku, analizy widmowej sygnału przyspieszenia drgań w 1/3-oktawowych pasmach częstotliwości w zakresie 1,0÷80 Hz dla drgań o oddziaływaniu ogólnym i 6,3÷1250 Hz dla drgań o oddziaływaniu miejscowym.

Tablica 6.1. Dopuszczalne wartości przyspieszenia drgań.

Częstość środkowa pasma 1/3-oktawowego, Hz	Dopuszczalna wartość skuteczna przyspieszenia drgań, m/s ²	
	składowa pionowa Z(z)	składowa pozioma X(x), Y(y)
1,0	0,63	0,224
1,25	0,56	0,224
1,5	0,50	0,224
2,0	0,45	0,224
2,5	0,40	0,280
3,16	0,355	0,355
4,0	0,315	0,450
5,0	0,315	0,560
6,3	0,315	0,710
8,0	0,315	0,900
10,0	0,40	1,12
12,5	0,50	1,40
16,0	0,63	1,80
20,0	0,80	2,24
25,0	1,00	2,80
31,5	1,25	3,55
40,0	1,60	4,50
50,0	2,00	5,60
63,0	2,50	7,10
80,0	3,15	9,00

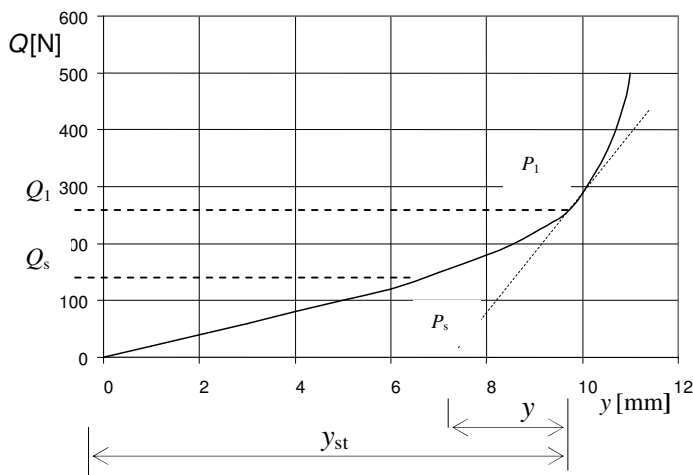
2.2. Guma jako materiał wibroizolacyjny

Wśród materiałów, które obecnie najczęściej stosowane są w izolujących elementach sprężysto-tłumiących szczególne miejsce zajmuje guma. W porównaniu ze stalą, guma charakteryzuje się wysokim tłumieniem

wewnętrznym, zdolnością pochłaniania dźwięku oraz bardzo dobrą sprężystością postaciową. Stała sprężystości wibroizolatora gumowego zależy od twardości gumy, lecz zmienia się wraz z obciążeniem statycznym w sposób nieliniowy. Stałą sprężystości definiuje się jako

$$k = \frac{dQ}{dy} \left[\frac{N}{m} \right],$$

gdzie: Q - obciążenie statyczne wibroizolatora,
 y - ugięcie wibroizolatora.



Rys. 6.1. Przykład charakterystyki nieliniowej gumy.

Rys.6.1 przedstawia przykład tzw. charakterystyki twardej, która polega na tym, że wartość k wzrasta wraz ze wzrostem obciążenia. Jeśli obciążenie statyczne nie przekracza pewnej wartości Q_s , (p-kt P_s) to charakterystykę można traktować jako liniową, gdyż k w tym zakresie obciążeń ma wartość stałą. Jeśli obciążenie statyczne wzrośnie, np. do Q_1 (punkt P_1), to wartość k wzrasta nieliniowo. Wartość k określa nachylenie stycznej do wykresu w punkcie P_1 . Dla punktów pracy leżących na nieliniowej części charakterystyki podkładek gumowych częstotliwość drgań swobodnych układu jest znacznie większa niż wynikałoby to ze stosunku Q_1/y_{st} .

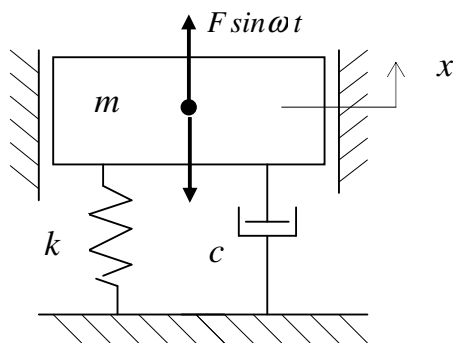
W przypadku izolacji drgań szczególnie ważne są własności tłumiące gumy. Powodują one pochłanianie energii drgań, jak również ułatwiają łagodne przejście układu przez rezonans. W zależności od rodzaju gumy wartość bezwymiarowego współczynnika tłumienia h/α zawarta jest w przedziale od 0.04 do 0,1 (gdzie: h - odniesiony do masy współczynnik tłumienia wiskotycznego w $[\text{rad s}^{-1}]$, α - częstość drgań swobodnych w $[\text{rad s}^{-1}]$). Guma w

przeciwieństwie do stali nie koroduje i charakteryzuje się odpornością na zjawiska zmęczeniowe. Nie może być stosowana przy niskich temperaturach otoczenia, ponieważ zakres temperatur w którym mogą być stosowane wibroizolatory gumowe zawarty jest w przedziale od -30° do $+75^{\circ}\text{C}$.

W przypadku izolacji drgań szczególnie ważne są własności tłumiące gumy. Powodują one pochłanianie energii drgań, jak również ułatwiają łagodne przejście układu przez rezonans. W zależności od rodzaju gumy wartość bezwymiarowego współczynnika tłumienia h/α zawarta jest w przedziale od 0.04 do 0,1 (gdzie: h - odniesiony do masy współczynnik tłumienia wiskotycznego w $[\text{rad s}^{-1}]$, α - częstość drgań swobodnych w $[\text{rad s}^{-1}]$). Guma w przeciwieństwie do stali nie koroduje i charakteryzuje się odpornością na zjawiska zmęczeniowe. Nie może być stosowana przy niskich temperaturach otoczenia, ponieważ zakres temperatur w którym mogą być stosowane wibroizolatory gumowe zawarty jest w przedziale od -30° do $+75^{\circ}\text{C}$.

2.2. Współczynnik przenoszenia

Rozpatrzmy model urządzenia drgającego w postaci układu o jednym stopniu swobody poddanego działaniu siły wymuszającej sinusoidalnie zmiennej (Rys. 6.2). Pomędzy drgającą masą m a fundamentem znajduje się sprężyna o sztywności k oraz tłumik wiskotyczny o współczynniku tłumienia c .



Rys.6.2. Model urządzenia drgającego.

Równanie ruchu rozpatrywanego modelu można zapisać w następującej postaci:

$$m \ddot{x} + c \dot{x} + k x = F \sin \omega t. \quad (6.1)$$

Po dokonaniu przekształceń, równanie ruchu (6.1) przybiera postać

$$\ddot{x} + 2h \dot{x} + \alpha^2 x = q \sin \omega t, \quad (6.2)$$

gdzie: $\frac{c}{m} = 2h$; $\frac{k}{m} = \alpha^2$; $\frac{F}{m} = q$. (6.3)

Rozwiązanie szczególne niejednorodnego równania ruchu (6.2) przewiduje się w postaci:

$$x = A \sin(\omega t - \varphi), \quad (6.4)$$

gdzie amplituda przemieszczenia A wyrażona jest wzorem

$$A = \frac{q}{\sqrt{(\alpha^2 - \omega^2)^2 + 4h^2\omega^2}}, \quad (6.5)$$

zaś kąt przesunięcia fazowego pomiędzy wymuszeniem a przemieszczeniem określony jest zależnością:

$$\varphi = \arctg \frac{2h\omega}{\alpha^2 - \omega^2}. \quad (6.6)$$

Siła działająca na fundament składa się z sił przenoszonych przez sprężynę i tłumik. Siła w sprężynie wyraża się następującym wzorem:

$$S = kx = kA \sin(\omega t - \varphi). \quad (6.7)$$

Siłę w tłumiku można wyrazić przy użyciu zależności:

$$R = c\dot{x} = cA\omega \cos(\omega t - \varphi). \quad (6.8)$$

Maksymalna wartość całkowitej siły działającej na fundament jest równa:

$$P_{\max} = \sqrt{S_{\max}^2 + R_{\max}^2} = \sqrt{(kA)^2 + (c\omega A)^2}. \quad (6.9)$$

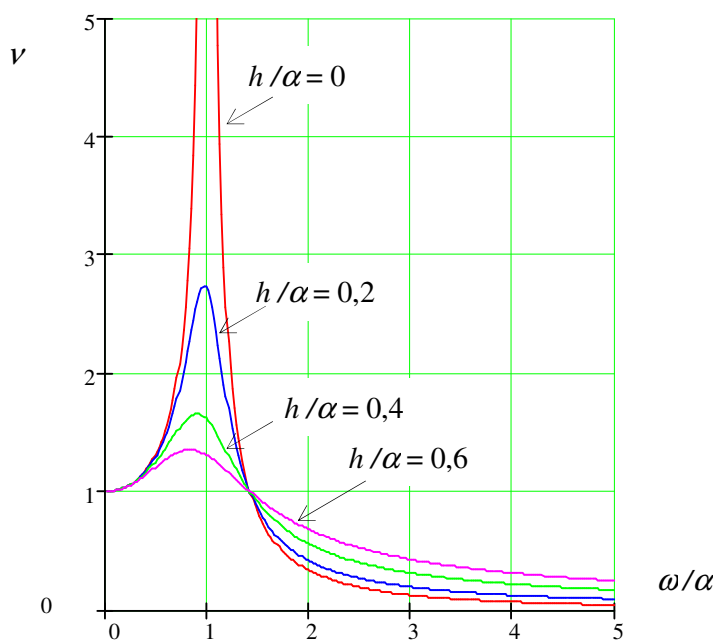
Podstawiając (6.3) oraz (6.5) do (6.9) otrzymuje się:

$$P_{\max} = \frac{F \sqrt{1 + 4 \frac{h^2 \omega^2}{\alpha^2 \alpha^2}}}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\alpha^2}\right)^2 + 4 \frac{h^2 \omega^2}{\alpha^2 \alpha^2}}}. \quad (6.10)$$

Stosunek wartości maksymalnej całkowitej siły działającej na fundament P_{\max} do amplitudy siły wymuszającej F nosi nazwę **współczynnika przenoszenia** i w dalszych rozważaniach będzie określany grecką literą ν . Na podstawie (6.10) można wyznaczyć współczynnik przenoszenia w postaci następującej zależności:

$$\nu = \frac{P_{\max}}{F} = \frac{\sqrt{1 + 4 \frac{h^2 \omega^2}{\alpha^2 \alpha^2}}}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\alpha^2}\right)^2 + 4 \frac{h^2 \omega^2}{\alpha^2 \alpha^2}}}. \quad (6.11)$$

Graficzną postać zależność współczynnika przenoszenia od bezwymiarowego stosunku $\gamma = \omega/\alpha$ (częstości wymuszenia do częstości drgań swobodnych) przedstawia Rys.6.3.



Rys.6.3. Zależność współczynnika przenoszenia od bezwymiarowej częstości wymuszenia

Jak podano w punkcie 2.2 wartość bezwymiarowego współczynnika tłumienia h/α w przypadku wibroizolatorów gumowych mieści się w przedziale od 0,04 do 0,1. Postać wykresu na Rys.6.3 wskazuje, że w tym przypadku dla uzyskania wartości współczynnika przenoszenia rzędu 0,1 stosunek częstości wymuszenia do częstości drgań swobodnych $\gamma = \omega/\alpha$ winien wynosić powyżej 3.

2.4. Przykład doboru wibroizolatorów do przeprowadzenia wibroizolacji czynnej na podstawie ich charakterystyki statycznej

Przedmiotem rozważań w tym przykładzie liczbowym jest wentylator wraz z silnikiem napędowym o masie całkowitej $m_1 = 200$ kg. Prędkość obrotowa silnika $n = 1450$ obr/min. Całe urządzenie osadzone jest na konstrukcji nośnej o masie $m_2 = 100$ kg. Należy przeprowadzić izolację fundamentu od drgań pionowych wentylatora przy użyciu czterech wibroizolatorów gumowych. Wartość współczynnika przenoszenia nie powinna być większa niż 0,1.

Rozwiązanie

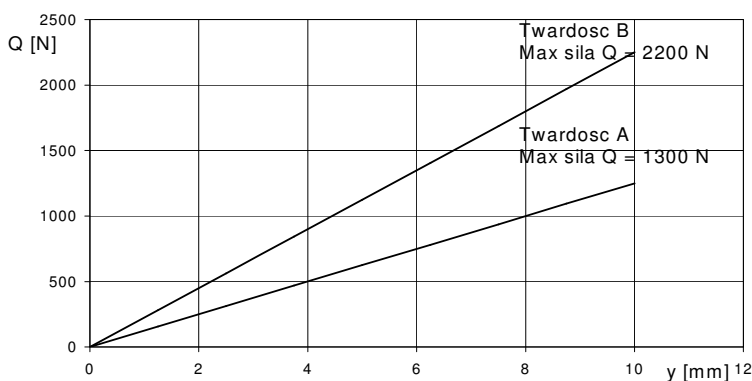
Częstość wymuszenia drgań wentylatora wynosi

$$\omega = \frac{2\pi n}{60} = 152,05 \text{ [rad/s]} \quad (\text{a})$$

Siła ciężkości działająca na jeden wibroizolator:

$$Q = \frac{(m_1 + m_2)g}{4} = 735,75 \text{ [N]} \quad (\text{b})$$

Założono, że zastosowane w rozpatrywanym układzie wibroizolatory gumowe będą pracować w liniowym zakresie swojej charakterystyki statycznej (Rys.6.1). Do przeprowadzenia izolacji zostały wybrane wibroizolatory o oznaczeniu M200 i dwóch twardościach oznaczonych symbolami A, B. Charakterystykę statyczną takiego wibroizolatora przedstawia Rys.6.4.



Rys.6.4. Charakterystyka statyczna wibroizolatora M200

Z charakterystyki statycznej wibroizolatora M200 o twardości A można odczytać wartość ugięcia statycznego przy obciążeniu Q . Wynosi ona $y_{st} = 5,89$ mm. Na tej podstawie można wyznaczyć wartość częstości kołowej drgań swobodnych rozpatrywanego układu.

$$\alpha = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{mg}{y_{st}m}} = \sqrt{\frac{g}{y_{st}}} = \sqrt{\frac{9,81}{5,89 \cdot 10^{-3}}} = 40,81 \text{ [rad/s]} \quad (\text{c})$$

Stosunek częstości wymuszenia do częstości drgań swobodnych wynosi

$$\gamma = \frac{\omega}{\alpha} = \frac{152,05}{40,81} = 3,72 \quad (\text{d})$$

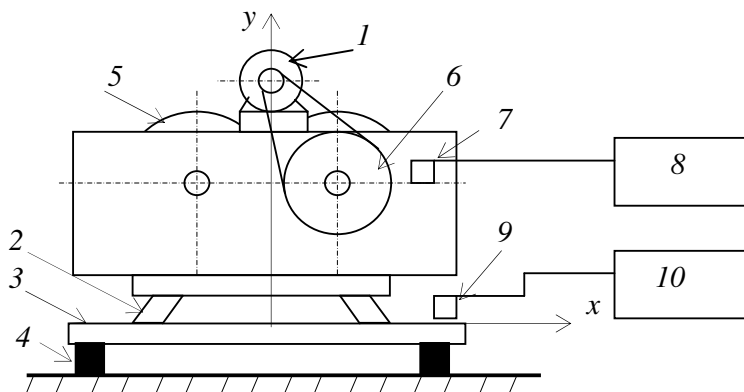
Należy jeszcze sprawdzić wartość współczynnika przeniesienia dla wartości granicznej stosunku h/α dla wibroizolatorów gumowych.

$$\nu = \frac{\sqrt{1 + 4\left(\frac{h}{\alpha}\right)_{gr}^2 \frac{\omega^2}{\alpha^2}}}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\alpha^2}\right)^2 + 4\left(\frac{h}{\alpha}\right)_{gr}^2 \frac{\omega^2}{\alpha^2}}} = \frac{\sqrt{1 + 4 \times 0,1^2 \times 3,72^2}}{\sqrt{(1 - 3,72^2)^2 + 4 \times 0,1^2 \times 3,72^2}} = 0,097 < 0,1$$

(e)

3. Stanowisko laboratoryjne

Rys.6.5 przedstawia schemat stanowiska laboratoryjnego do badania izolacji drgań mechanizmu przekładni zębatej. Przekładnię zębatą 5 napędza silnik elektryczny 1 za pośrednictwem przekładni pasowej 6. Fundament, na którym w warunkach przemysłowych umieszczone jest najczęściej drgające urządzenie, w stoisku laboratoryjnym reprezentuje sztywna płyta 3. Płyte, na której posadowiona jest przekładnia zębata, należy odizolować od drgań przekładni, wywołanych ruchem obrotowym jej mechanizmu. Izolację czynną płyty 3 przeprowadza się poprzez umieszczenie pomiędzy korpusem przekładni a płytą czterech wibroizolatorów 2. Płyta 3 połączona jest z konstrukcją budynku, w którym znajduje się laboratorium, poprzez cztery podkładki podpierające 4 o znanych współczynnikach sztywności.



Rys.6.5. Schemat stoiska laboratoryjnego. Oznaczenia: 1 - silnik elektryczny; 2 - wibroizolatory; 3 - płyta pomiarowa; 4 - podkładki podpierające płytę, 5 - przekładnia zębata, 6 - przekładnia pasowa, 7 - czujnik fotoelektryczny do pomiaru prędkości obrotowej przekładni, 8 - miernik częstości, 9 - piezoelektryczny czujnik przyspieszeń, 10 - miernik drgań.

Do pomiaru prędkości obrotowej zastosowano czujnik fotoelektryczny 7 i miernik częstości 8. Drgania płyty mierzone są piezoelektrycznym czujnikiem przyspieszeń 9, współpracującym z miernikiem drgań 10. Miernik drgań posiada analizator wąskopasmowy, umożliwiający wydzielenie z rzeczywistego (zakłóconego) przebiegu drgań płyty sygnału o częstości wymuszenia.

4. Przebieg ćwiczenia

Zadaniem wykonujących ćwiczenie jest przeprowadzenie wibroizolacji czynnej drgań przekładni zębatej, która zapewni 90-cio procentową izolację płyty modelującej fundament. W tym celu należy wykonać następujące czynności:

- 1) Posadowić przekładnię sztywno mocując ją do płyty;
- 2) Włączyć silnik;
- 3) Dokonać pomiaru prędkości obrotowej silnika;
- 4) Zmierzyć amplitudę przyspieszenia drgań płyty pomiarowej w kierunku prostopadłym do jej powierzchni;
- 5) Wyłączyć silnik;
- 6) Obliczyć amplitudę siły wymuszającej drgania płyty;
- 7) W oparciu o przykład przedstawiony w punkcie 1.4 przeprowadzić dobór czterech wibroizolatorów gumowych zapewniających izolację płyty od drgań przekładni;
- 8) Obliczyć wartość teoretycznego współczynnika przeniesienia drgań;
- 9) Przy **wyłączonym** silniku umieścić dobrane wibroizolatory w podparciu silnika;
- 10) Włączyć silnik;
- 11) Dokonać pomiaru prędkości obrotowej silnika;
- 12) Dokonać ponownego pomiaru amplitudy przyspieszenia drgań płyty;
- 13) Na podstawie otrzymanych wyników pomiarów obliczyć wartość siły oddziałującej na płytę oraz współczynnik przenoszenia.

5. Literatura

1. Goliński J.; Wibroizolacja maszyn i urządzeń, WNT Warszawa 1979;
2. Parszewski Z.; Drgania i dynamika maszyn, WNT Warszawa 1982;
3. Informator o materiałach wibroizolacyjnych szwedzkiej firmy Trelleborg AB.
4. PN-91/N-01354. Dopuszczalne wartości przyspieszenia drgań o ogólnym oddziaływaniu na organizm człowieka i metody oceny narażenia.

5. Sprawozdanie z wykonania ćwiczenia winno zawierać:

1. Cel ćwiczenia,
2. Tabelę zawierającą wyniki pomiarów w postaci:

Tabela pomiarowa 1 – przekładnia sztywno zamocowana do płyty

Prędkość obrotowa przekładni:	$f = \dots\dots\dots$ [Hz];
Obliczona częstość kołowa wymuszenia:	$\omega = \dots\dots\dots$ [rad/s];
Amplituda drgań płyty w kierunku y:	$A_y = \dots\dots\dots$ [mm/s ²];
Amplituda siły wymuszającej drgania:	$F_y = \dots\dots\dots$ [N].

3. Wyniki obliczeń prowadzonych w celu doboru wibroizolatorów:

Siła ciężkości przypadająca na jeden wibroizolator:

$Q = \dots\dots\dots$ [N];

Typ dobranego wibroizolatora:

Wielkość ugięcia statycznego przy obciążeniu Q :

$y_{st} = \dots\dots\dots$ [mm];

Częstość drgań swobodnych wibroizolatora:

$\alpha = \dots\dots\dots$ [rad/s];

Stosunek częstości wymuszenia do częstości drgań swobodnych:

$\gamma = \omega / \alpha = \dots\dots\dots$;

Wartość współczynnika przenoszenia dla wartości granicznej bezwymiarowego współczynnika tłumienia ($h / \alpha = 0,1$):

$\nu = \dots\dots\dots$.

4. Tabelę zawierającą wyniki pomiarów w postaci:

Tabela pomiarowa 2 – przekładnia podatnie zamocowana do płyty

Prędkość obrotowa przekładni:	$f = \dots\dots\dots$ [Hz];
Obliczona częstość kołowa wymuszenia:	$\omega = \dots\dots\dots$ [rad/s];
Amplituda drgań płyty w kierunku y:	$A_y = \dots\dots\dots$ [mm/s ²];
Wartość siły działającej na płytę:	$F_y = \dots\dots\dots$ [N].
Wartość współczynnika przenoszenia:	$\nu_\gamma = \dots\dots\dots$ [-]

5. Wnioski